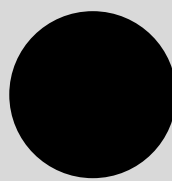
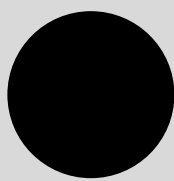




Υλικό προετοιμασίας



Πανελλήνιος Μαθηματικός Διαγωνισμός



SUPER CONTEST

Πώς βρίσκουμε το ΕΚΠ δύο ή περισσότερων αριθμών

α) σύντομα:

- Γράφουμε τους αριθμούς τον ένα δίπλα στον άλλο
- Βρίσκουμε το μεγαλύτερο από αυτούς
- Ελέγχουμε αν τον διαιρούν ακριβώς οι άλλοι
- Αν δεν τον διαιρούν, τον διπλασιάζουμε, τριπλασιάζουμε κ.ο.κ. μέχρι να βρούμε το πρώτο πολλαπλάσιό του που διαιρούν ακριβώς όλοι οι υπόλοιποι. Αυτό είναι το ΕΚΠ, π.χ.

Θέλουμε να βρούμε το ΕΚΠ των αριθμών 3, 5, 10:

3	5	10	(10 ÷ 5 = 2, αλλά 10 ÷ 3 δεν διαιρείται ακριβώς)
		20	(20 ÷ 5 = 4, αλλά 20 ÷ 3 δεν διαιρείται ακριβώς)
		30	(30 ÷ 5 = 6 αλλά και 30 ÷ 3 = 10)

Άρα ΕΚΠ (3, 5, 10) = 30

β) σαν γινόμενο πρώτων παραγόντων:

(Πρώτοι ονομάζονται οι αριθμοί που διαιρούνται μόνο με τον εαυτό τους και τη μονάδα. Πρώτοι αριθμοί είναι: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, κ.λπ.)

- Γράφουμε τους αριθμούς τον ένα δίπλα στον άλλο και τραβάμε μια κάθετη γραμμή
- Διαιρούμε καθέναν από τους αριθμούς με τους πρώτους αριθμούς και σημειώνουμε από το πηλίκο της διαίρεσης (αν δεν χωράει ακριβώς τον αφήνουμε όπως είναι)
- Συνεχίζουμε και με άλλους πρώτους παράγοντες, μέχρι να έχουμε αποτέλεσμα 1 για όλους τους αριθμούς μας
- Πολλαπλασιάζουμε τους πρώτους παράγοντες και το γινόμενό τους είναι το ΕΚΠ, π.χ.

3	5	10		2
3	5	5		3
1	5	5		5
1	1	1		

$$\text{Άρα ΕΚΠ } (3, 5, 10) = 2 \times 3 \times 5 = 30$$

Διαιρέτες ενός φυσικού αριθμού λέγονται οι αριθμοί που τον διαιρούν ακριβώς.

Κοινοί διαιρέτες δύο ή περισσότερων αριθμών είναι οι αριθμοί που τους διαιρούν όλους.

Σημαντικός είναι ο **ΜΚΔ (Μέγιστος Κοινός Διαιρέτης)**, δηλαδή ο μεγαλύτερος από τους κοινούς διαιρέτες δύο ή περισσότερων αριθμών.

Κριτήρια διαιρετότητας

Μπορούμε εύκολα να ελέγξουμε αν κάποιος αριθμός διαιρείται ακριβώς χωρίς να κάνουμε διαίρεση χρησιμοποιώντας τα κριτήρια διαιρετότητας:

- Με το 2 διαιρούνται οι αριθμοί που τελειώνουν σε 0, 2, 4, 6, 8
- Με το 3 διαιρούνται οι αριθμοί που το άθροισμα των ψηφίων τους είναι πολλαπλάσιο του 3
- Με το 9 διαιρούνται οι αριθμοί που το άθροισμα των ψηφίων τους είναι πολλαπλάσιο του 9
- Με το 5 διαιρούνται οι αριθμοί που τελειώνουν σε 0 ή 5
- Με 10, 100, 1.000 διαιρούνται οι αριθμοί που τελειώνουν σε ένα, δύο, τρία μηδενικά αντίστοιχα, π.χ.

Συμπληρώνω τον αριθμό 1.23__ έτσι ώστε να διαιρείται ακριβώς με το 3 και το 5.

Λύση

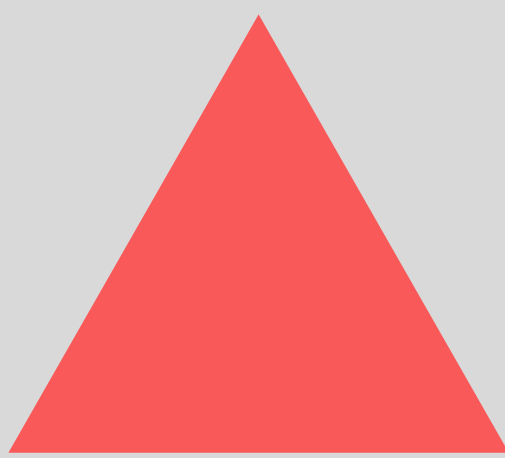
Για να διαιρείται ακριβώς με το 5 θα πρέπει να τελειώνει σε 0 ή 5. Άρα το ψηφίο που ψάχνω θα είναι ένα από αυτά τα δύο.

Για να διαιρείται ακριβώς και με το 3 θα πρέπει το άθροισμα των ψηφίων του να είναι πολλαπλάσιο του 3.

Ελέγχω : $1 + 2 + 3 + 5 = 11$, το 11 δεν είναι πολλαπλάσιο του 3

$$1 + 2 + 3 + 0 = 6, \text{ το } 6 \text{ είναι πολλαπλάσιο του } 3$$

Άρα το ψηφίο που λείπει είναι το 0 και ο αριθμός είναι ο 1.230



ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ 2023

Στα χέρια σου έχεις ένα δείγμα από το υλικό προετοιμασίας που έχουμε ετοιμάσει για εσένα.

Ολοκλήρωσε την πληρωμή της εγγραφής σου και θα μπορείς να το κατεβάσεις ολόκληρο.



SUPER CONTEST